

Formulaire de Mathématiques

Trigonométrie et Fonctions Hyperboliques

Ce document regroupe l'ensemble des formules mathématiques trigonométriques et hyperboliques (définitions, propriétés, parités, dérivées et intégrales) couramment utilisées dans le chapitre 3.

1 Formules trigonométriques

1.1 Produits et Linéarisation

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)] \quad (1)$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)] \quad (2)$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \quad (3)$$

1.2 Parité des fonctions trigonométriques

$$\cos(-x) = \cos x \quad (\text{Fonction paire}) \quad (4)$$

$$\sin(-x) = -\sin x \quad (\text{Fonction impaire}) \quad (5)$$

$$\tan(-x) = -\tan x \quad (\text{Fonction impaire}) \quad (6)$$

1.3 Dérivées et Intégrales Usuelles

$$(\cos x)' = -\sin x \implies \int \sin x \, dx = -\cos x + C \quad (7)$$

$$(\sin x)' = \cos x \implies \int \cos x \, dx = \sin x + C \quad (8)$$

2 Fonctions Hyperboliques

2.1 Définitions

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (9)$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (10)$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (11)$$

$$\coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \quad (\text{pour } x \neq 0) \quad (12)$$

2.2 Parité des Fonctions Hyperboliques

$$\cosh(-x) = \cosh x \quad (\text{Fonction paire}) \quad (13)$$

$$\sinh(-x) = -\sinh x \quad (\text{Fonction impaire}) \quad (14)$$

$$\tanh(-x) = -\tanh x \quad (\text{Fonction impaire}) \quad (15)$$

$$\coth(-x) = -\coth x \quad (\text{Fonction impaire}) \quad (16)$$

2.3 Dérivées des Fonctions Hyperboliques

$$(\cosh(x))' = \sinh(x) \quad (17)$$

$$(\sinh(x))' = \cosh(x) \quad (18)$$

$$(\tanh(x))' = 1 - \tanh^2(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)} \quad (19)$$

$$(\coth(x))' = 1 - \coth^2(x) = \frac{-1}{\sinh^2(x)} \quad (20)$$

2.4 Propriétés et Formules de Duplication

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1 \quad (21)$$

$$\cosh(x) + \sinh(x) = e^x \quad (22)$$

$$\sinh(2x) = 2 \cosh(x) \sinh(x) \quad (23)$$

$$\cosh^2(x) + \sinh^2(x) = \cosh(2x) = 1 + 2 \sinh^2(x) = 2 \cosh^2(x) - 1 \quad (24)$$

$$\tanh(2x) = \frac{2 \tanh(x)}{1 + \tanh^2(x)} \quad (25)$$